

Υποδείξεις Τεστ 1, Απειροστικός Λογισμός 2

Στοιχειοθεσία: Δήμογλου Κωνσταντίνος, Μαθηματικός (Msc)

Θέμα 1

(α) Ψευδής, πχ $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$, $n \in \mathbb{N}$.

(β) Ψευδής, πχ $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$, $n \in \mathbb{N}$.

(γ) Αληθής, εφαρμογή του Κριτηρίου Ρίζας.

(δ) Ψευδής, πχ $a_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$, $n \in \mathbb{N}$.

(ε) Ψευδής, πχ $a_n = \frac{1}{n^2}$, $n \in \mathbb{N}$ (Σε περίπτωση που η $a_n \geq 1$ είναι σωστό με εφαρμογή του Κριτηρίου Σύγκρισης)

Θέμα 2

(i) Θυμηθείτε ότι για μια γεωμετρική σειρά, ισχύει $\sum_{n=0}^{\infty} \omega^n = \frac{1}{1-\omega}$, $|\omega| < 1$.

(ii) Πρόκειται για τηλεσκοπική σειρά (...)

Θέμα 3

Με εφαρμογή και στις δυο κατευθύνσεις του Κριτηρίου Σύγκρισης προκύπτει άμεσα το ζητούμενο.

Θέμα 4

(α) Με εφαρμογή του Οριακού Κριτηρίου Σύγκρισης, επιλέγοντας $b_n = \frac{1}{n^{3/2}}$ η σειρά συγκλίνει.

(β) Με εφαρμογή του Κριτηρίου Συμπλήρωσης και του Κριτηρίου Ρίζας η σειρά συγκλίνει.

(γ) Με εφαρμογή του Κριτηρίου Λόγου η σειρά συγκλίνει.

(δ) Δείχνουμε ότι η σειρά συγκλίνει απόλυτα με χρήση του Κριτηρίου Σύγκρισης, αφού για $n > 9 > e^2$ έχουμε ότι $\log n > 2$.

(ε) Από το Κριτήριο Ρίζας η σειρά συγκλίνει.

Θέμα 5

Η πρώτη δυναμοσειρά συγκλίνει (απόλυτα) αν και μόνο αν $x \in (-1, 3)$ ενώ η δεύτερη δυναμοσειρά συγκλίνει (απόλυτα) για όλα τα $x \in \mathbb{R}$.